

# 経済システムの移動均衡と カタストロフィー

## —II カタストロフィー理論の経済分析への適用—

小野 俊夫

### IV カタストロフィー理論と経済分析

前稿でカタストロフィー理論の基本について考察したが、それによれば、移動均衡経路を進んできたシステムが突然カタストロフィーに陥るのは、システムの行動を決定づけるパラメータは連続的に変化しているにもかかわらず、均衡点の個数が分岐して、それまでのシステムの均衡点我突然消滅し、移行すべき新しい均衡点の位置が不連続的に変化するためである。現実の経済過程にもみられるさまざまな不連続的变化を分析するために、カタストロフィー理論を適用してみることは有用なのではなかろうか。本稿で、この理論の経済分析への適用を検討してみることにしてしよう。

既述のように、社会科学、特に経済学の分野では、「遅れの規約」に従う場合のフォールドとカスプのカタストロフィーがもっぱら応用されてきた（例えば、Rosser, Jr., p. 24参照）。以下でも、主としてこれら2つの型の適用について考えることにする。

まず、ごく簡単な適用例として、完全競争企業の行動とフォールド・カタストロフィー、それから市場構造の変化と価格のカスプ・カタストロフィーのモデル分析について考察することから始める。ついで本格的なカタストロフィー理論モデルによる2つの経済分析について考察する。

第1は、Kalecki-Kaldor型の景気循環モデルをカタストロフィー理論によって再構成し、現実的な景気循環分析を行おうとする2つの試みであり、第2は、従来のPhillips曲線による分析に代わるものとして、カスプ・カタストロフィー・モデルによるスタグフレーション現象の理論的ならびに実証的分析である。

### 1 完全競争企業の生産活動とフォールド・カタストロフィー

ここでは、Tu (1982) による完全競争企業の分析を考察する。各企業は一定の固定資本設備のもとで、完全競争市場で形成される諸価格を与件として、極大利潤が得られる生産量を決定する。1企業の短期総生産費（＝総不変費用＋総可変費用） $C$ は、生産量 $x$ の関数として、まず、 $C(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ のようになるものとされる。ついで座標変換によって、 $C(x) = x^3 + \alpha x + \beta$ と書き換えられるが、ここで、 $x \rightarrow x + a/3$ ,  $\alpha \rightarrow 3(-a/3)^2 + 2a(-a/3) + b$ ,  $\beta \rightarrow (-a/3)^3 + a(-a/3)^2 + b(-a/3) + c$ である。（混同の恐れがあれば、 $y \equiv x + a/3$ として、 $C(x) = x^3 + \alpha x + \beta$ でなく  $C(y) = y^3 + \alpha y + \beta$ と書いてもよいが、カタストロフィー理論では、 $x \rightarrow x + a/3$ の定義は abundantly clear である。）

さて、総収入は  $px$  であり、総利潤関数は

$$(1.1) \quad \pi(x) = px - x^3 - \alpha x - \beta$$

である。利潤極大条件は  $\beta$  に依存しないから、 $\pi(x)$  は

$$(1.2) \quad f(x, p - \alpha) \quad \pi(x) + \beta = -x^3 + (p - \alpha)x$$

と書き換えられる。生産技術と費用条件は不変である、すなわち  $\alpha$  と  $\beta$  は一定であるものとされ、関連のあるパラメータは生産物の市場価格  $p$  のみとされる。プライス・テイカーとしての企業は  $p$  に対してまったく支配力をもたず、 $p$  は産業・市場レベルの需給条件によって変動する。したがって (1.2) はフォールド・カタストロフィーを生起させう

る標準的なポテンシャル関数である。そのグラフは、前稿の図1と同様な図IV 1 のようになる (Tu (1994), p. 234, Fig. 10.22参照)。

その臨界点集合  $M$  は、

$$(1.3) \quad f'(x) = -3x^2 + (p - \alpha) = 0$$

によって与えられ、その特徴は

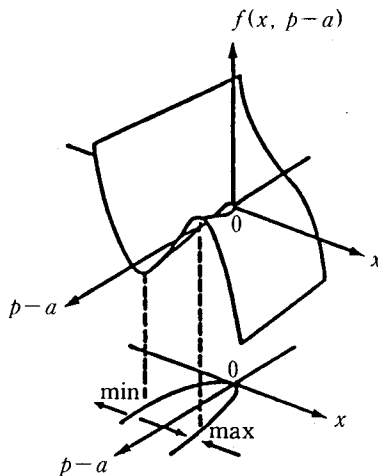
$$< 0 \text{ (i. e. } x > 0 \text{) for a maximum}$$

$$(1.4) \quad f''(x) = -6x > 0 \text{ (i. e. } x < 0 \text{) for a minimum}$$

$$= 0 \text{ (at } x = 0 \text{) for a degenerate crit. p.}$$

として示される。 $3x^2 = p - \alpha$  は図の下方に描かれているように、 $(p - \alpha)$  軸に対称な放物線である。生産量の臨界値は  $x = \pm \sqrt{(p - \alpha)/3}$  となるが、 $p - \alpha < 0$  については実根は存在せず、 $p - \alpha > 0$  については極大と極小の  $\pi$  をもたらす正負の2根が存在する。 $p$  の変化に対応する極大利潤の生産量経路は、放物線の  $x > 0$  の部分である。

$p$  が下落し、 $p - \alpha$  が減少していくと、企業は極大利潤の放物線上を



図IV 1

たどって生産量  $x$  を減じていく。これとともにポテンシャル  $\pi(x) + \beta$  は減少していき、企業はついには損失を被るようになるが、全額ではないとしても資本設備の減価償却費など不変費用の一部が回収されれば、なお生産活動は続けられる。そして  $p - \alpha = 0$  になって正負の 2 根が一致し、 $x = 0$  となる原点に達する。さらに  $p$  がわずかに下落するとポテンシャルの極大点は消滅する。

さて、利潤極大条件は (1.3) と (1.4) であり、これらから最適生産量として  $x^* = \sqrt{(p - \alpha)/3}$  for  $p - \alpha > 0$  が求められた。(1.3) は  $f'(x) = p - (3x^2 + \alpha) = 0$  であるが、ここで  $p = MR$ ,  $3x^2 + \alpha = MC$  であるから、 $MR = MC$  となる。また  $p - \alpha > 0$  は、平均可変費用  $AVC$  を  $v(y)$  とすると、 $p > v(y)$  と表される。これは次のようにして証明される (Tu (1994), pp. 235-6 参照)。冒頭の (混同の恐れ……) 内で述べたように、 $y \equiv x + \alpha/3$  として、 $C(x) = x^3 + \alpha x + \beta$  の代わりに  $C(y) = y^3 + \alpha y + \beta$  が用いられる。すると  $v(y) = (C - \beta)/y = y^2 + \alpha = (p - \alpha)/3 + \alpha$  であり、 $p > v(y)$  は  $p > (p + 2\alpha)/3$  となるから、 $2p > 2\alpha$  であり、 $p > \alpha$  となるとされるのである。

ここまでならば従来の企業理論でも十分に分析しうる。平均総費用曲線  $ATC$  と平均可変費用曲線  $AVC$  を描けば、両者の差は平均不変費用  $AFC$  である。価格が  $ATC$  を下回るようになっても、 $p > AVC$  である限り不変費用の一部は回収されうるから生産活動は続行される。しかし価格が  $AVC$  を下回るようになれば、生産活動は停止される。この問題は静学的な最適化問題として定式化されたものである。しかしながら、

$$(1.5) \quad \dot{x} = \nabla f(x, \mu) = -x^3 + (p - \alpha)x$$

としてグラジエント関数を明示することによって、問題を動学的に再構成することができる。この場合には、生産量  $x$  はパラメータ  $p$  の変化につれて利潤極大化の方向に変化していくことになるが、このために分

析が変更されることにはならないことが指摘されている (p. 236)。

さらにいえば、以上のように市場価格  $p$  が下落してきて生産活動の停止に追い込まれた企業は、この市場から忽然とフォールド・カタストロフィー的に姿を消す。しかし経済のすべての市場が完全競争市場であるならば、それらの企業は、生産費より価格が高くて利潤の得られる市場を求めて移動し、そのような市場にフォールド・カタストロフィー的に現れて再び生産活動を開始する。こうして長期的には一般均衡が達成され、Pareto 最適状態に至ることになる。

## 2 市場構造の変化と価格のカスプ・カタストロフィー

完全競争ないし純粋競争に近い市場で形成される価格は、ほぼ連続的に変化するのが普通であろうが、大幅に不連続的に変化することも場合によっては起こりうる (例えばバブル崩壊時の株式価格)。これに対して少数の大企業が支配する独占的ないし寡占的市場では、通例、価格は企業によって管理されており、連続的に変化することはなく、かなりの期間にわたって一定に維持された後に不連続的に変化する。市場の競争条件の変化につれて価格の動向がどのように変わるかを分析するための簡単なカスプ・カタストロフィー・モデルが、Woodcock and Davis (1978, Chap. 7) によって構成された。次にそれを Rosser, Jr. (1991, pp. 52-3) に依拠して考察しよう。

このモデルは、もともと1973年と1979年のオイル・ショック事情をカタストロフィー理論的に説明するために構成されたものであり、供給企業の数  $n$  と需要の価格弾力性  $\eta$  がパラメータ、生産物価格  $p$  が状態変数とされ、事態は図IV 2 のように示されている (Rosser, Jr., Fig. 3. 12 参照)。オイル需要の価格弾力性は短期的には小さいが、代替財が存在するため、時間経過につれて長期的には大きくなるものとされて、まず

第1次オイル・ショックとその後の事情が説明される。

さて、1970年に Gadhafi によるリビアの競争的オイル市場の企業の国有化が契機となって、図の点  $A$  で示されるような競争的状态は、しだいに共謀的な寡占的状态に移行して  $B$  に向かっていった。そして寡占体制の周辺の競争的企業の数が過度に減少するに至った1973年に、事態は  $B$  から  $C$  にカタストロフィー的にジャンプして、オイル価格が急騰したとされている。その後、オイル需要の価格弾力性がしだいに上昇していくとともに、オイル市場への参入 (Alaska North Slope, North Sea などの) も行われて、事態は  $C$  から  $D$  に移行するにつれて、オイル価格は低下したとされる。

73年のオイル価格の急騰は、需要量や供給量にはさしたる変化がなかったにもかかわらず、サウジアラビアの Faisal 国王によるアメリカ合衆国へのオイル禁輸令と軌を一にして起こったともいえる (Rosser, Jr., p. 52)。全体としての世界市場へのオイル供給には実質的な変化はほとんどなかったが、この禁輸令を契機として集中的なストック保有拡

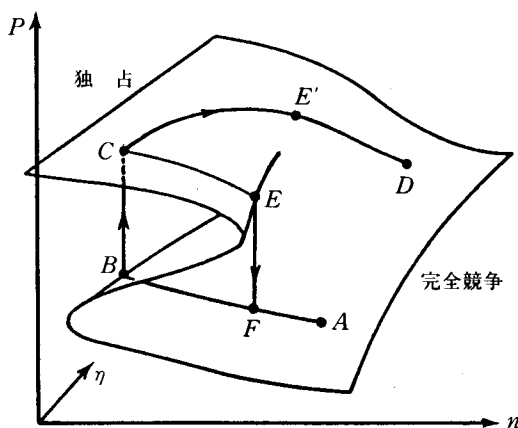


図 IV 2

大が始まり、新たな価格引き上げがなされるに至った。やがて購買パニックは収まったが、世界的なインフレーションが加速するとともに実質的な生産は減少し、世界経済の景気は後退した。

次に第2次オイル・ショックについてみると、79年にイランのオイル生産が日産600万バレルから日産60万バレルに大きく減産されたことによる、オイル供給の不連続的な減少が原因になった (Rosser, Jr., p. 52)。これはオイル生産企業数の減少によるものではなく、各企業の減産によるものであったから、図IV 2によっては事態を説明しえないとされる (p. 53)。第2次オイル価格ショックの後、1986年にオイル価格は暴落したが、これは図の  $E$  から  $F$  へのカタストロフィー的ジャンプとして一応説明されうる。しかし需要の価格弾力性は70年代の末よりも大きくなっていたから、価格暴落前の事態は  $E$  ではなく、企業数  $n$  の軸に近い  $E'$  のようであり、 $E'$  から  $D$  への移動であったとすると、価格暴落は説明しえなくなるとされる (p. 53参照)。

それでも状態点がもう少し  $E$  に近くてカusp分岐曲線を横断するような仕方移動すれば、カタストロフィー的価格暴落が起こりえたであろう。しかし実状はサウジアラビアによるオイル生産の突然の拡大であった。この場合、企業数は増加しなかったが、生産量が増加したために市場の競争度が強化されることになった。この事情も図IV 2のモデルでは正しく説明しえない。とはいえ、市場構造の変化は連続的というよりは不連続的に起こり、実質的な結果はカタストロフィー的なものとなるという含意を、カusp・カタストロフィー・モデルは有しているから、少なくとも考えうる事実の解明をそのようなモデルによってなしうであらうと期待されるのである (p. 53)。

### 3 景気循環とカタストロフィー・モデル

#### (1) カレツキー・モデルとカルダー・モデル

景気循環理論は古くからさまざまな形で展開されてきたが、J. M. Keynes の『一般理論』(1936) 以後、新しい形で急速に発展した。すなわち、投資乗数理論になんらかの投資需要理論を結合して分析モデルを構築しようとする試みである。このようなモデルをいち早く提示したのは、Keynes 以前に『一般理論』を発見したとして現在では高く評価されている M. Kalecki である。初めポーランド語で書かれた論文が後に英文で Kalecki (1937) として公刊された。しかしこのモデルで景気循環が長期静態均衡に収束することなく持続するためには、諸変数の調整のタイムラグに関する仮定と外的ショックの仮定とが必要とされ、もしそれらの仮定がなければ経済は常に長期静態均衡にあって、なんらの変動も起こらないことになる。N. Kaldor (1940) は、そのような問題のある景気循環モデルに替えて、内生的な持続的景気循環（極限循環）モデルを提示した。

ここでそれらのモデルの要点をまずみておこう。Kaldor の本文では、更新投資  $D$  (= 資本減耗・減価償却積立) を含めた粗投資  $I$  および粗貯蓄  $S$  は、粗国民所得  $Y$  と資本  $K$  の関数として、 $I = I(Y, K)$  および  $S = S(Y, K)$  とされ、技術進歩その他の成長要因は捨象される。Appendix では Kalecki モデルと対比するために  $S = (Y)$  とされ、これは線形とされているが、このためにモデルの本質が損なわれることはない。ここでは Kaldor の Appendix のモデルに依拠して、両モデルを対比してみることにする（後掲の図 IV3.1 参照）。

重要なのは  $I$  関数の形状と  $S$  関数との相対関係についての想定である。 $K$  が一定の短期では  $I$  は  $Y$  のみの増加関数となるが、決定される  $I$  について  $I > D$  ( $I < D$ ) であれば  $K$  が増加（減少）するため、短期的



$I$  関数は下方（上方）にシフトする。すなわち、 $K$  の増加は  $I$  に対して抑制効果をもち、 $\partial I/\partial K < 0$  となる。またどのような大きさの  $K$  のもとでも、短期的  $I$  関数の勾配（限界投資性向）は正、すなわち  $\partial I/\partial Y > 0$  である。しかしその限界投資性向の大きさは  $Y$  に依存し、純投資ゼロ ( $I=D$ ) となる  $Y$  の近く ( $Y$  の正常水準) では大きい、 $Y$  がそれを大きく下回ったり上回ったりするにつれて低下する。すなわち、 $Y$  が正常水準を下回ると生産能力が過剰となり、 $Y$  が正常水準を越えて過大になると諸費用の上昇や資金調達の障害が現れるため、 $Y$  の変化に対する企業の反応が低下していくからである。こうして短期的  $I$  関数の形状は  $S$  字型となる。

これまでは Kalecki モデルでも同様であるが、両モデルの差はまず  $I$  関数と  $S$  関数との相対関係についての想定である。Kalecki モデルでは、考える  $Y$  の全領域について限界投資性向 ( $\partial I/\partial Y$ ) < 限界貯蓄性向 ( $dS/dY = \text{一定}$ ) とされるから、 $I=S$  となる均衡点はすべて安定である。しかしこの  $I$  が  $D$  を上回れば（下回れば） $I$  関数は下方（上方）にシフトし、体系は新しい均衡点に移動する。こうして  $I=D$  となる長期静態均衡点に到達する。したがって外的ショック、その他の事情が変化しなければ、経済体系は長期均衡点にずっと留まる。外的ショックによって体系がそれから離れた場合、長期均衡点に一樣に収束せず、それをめぐる循環が生起しうるためには、諸変数の調整速度ないしタイムラグに関して仮定がおかれねばならない。そこで、 $I \neq S$  となった状態から  $I=S$  となる均衡点に達する速度よりも、 $I \neq D$  のために  $K$  が変化して  $I$  関数がシフトする速度の方が速いと想定されているのである。こうして、一度限りの外的ショックによって体系が長期均衡点を離脱すると、それをめぐる減衰循環が生起し、やがて元の長期均衡点に戻ることになる。Kalecki モデルにおいて持続的な景気循環が生起しうる

ためには、上記のタイムラグと不規則的衝撃の仮定が不可欠とされるのである。

これに対して Kaldor モデルでは、 $I$  関数と  $S$  関数との相対関係は上述のように  $Y$  の大きさに応じて異なる。すなわち、 $I=D$  となる  $Y$  の近傍（正常水準）では限界投資性向  $>$  限界貯蓄性向で均衡点は不安定であるが、 $Y$  がそれより小あるいは大になると限界投資性向は低下していき、ある  $Y$  のもとで限界貯蓄性向に一致するようになるが、すぐに限界投資性向  $<$  限界貯蓄性向となり均衡点は安定になるものとされる。そして調整速度ないしタイムラグについては Kalecki とは逆に、不均衡状態から  $I=S$  となる均衡点に達する速度の方が、 $K$  が変化して  $I$  関数がシフトする速度よりも速いとされる。こうして、 $I=S$  かつ  $I=D$  となる長期均衡点は不安定であるから体系がそこに定着することはなく、外的ショックやその他の事情の変化がなくても、長期均衡点をめぐる永続的循環（極限循環）が生起することが明らかにされたのである（詳しくは後述）。

Kaldor モデルの Kalecki モデルに対する優位性が Kaldor (Appendix) によって説かれて以来、多くの研究者の関心は主として Kaldor (1840) に向けられるとともに、Kaldor (1954) によっても成長要因を考慮にいらて拡張・発展された。また元のモデルについてさまざまな点で検討・彫琢されるとともに、循環的成長モデルとして再構成する試みも多く行われた。(Kalecki 自身によるそのモデルの拡張や発展も平行して行われたし、近年では多くの Kalecki 研究も行われている。)

さらに近年になると、Kaldor (1940) のモデルをカタストロフィー理論的に再構成しようとする試みが、Varian (1979) と George (1981) によってなされるに至った。ここでそれらを考察することにしよう。なお、George についての紹介はあまりないようであるが、Var-

ian については Gabisch and Lorenz (1989, Sect. 2. 2), Lorenz (1993, Sect. 7. 2), Rosser (1991, Sect. 6. 1), および Tu (1994, Sect. 10. 2) によって考察されている。

## (2) フォールド・カタストロフィー・モデル

まず Varian (1979, p. 16) と George (1981, p. 52) によって再構成された簡単な動学モデルは、粗貯蓄関数として  $S=S(Y)$  を、粗投資関数として  $I(Y, K)$  を用いた前述の Kaldor (Appendix) モデルに対応する、次のようなものである。粗国民所得  $Y$  の時間変化率  $dY/dt \equiv \dot{Y}$  は  $I(Y, K) - S(Y)$  に依存するが、その調整速度パラメータを  $\alpha$  とし、

$$(3.1) \quad \dot{Y} = \alpha [I(Y, K) - S(Y)]$$

とされる。資本ストックの変化率  $\dot{K}$  は

$$(3.2) \quad \dot{K} = I(Y, K) - D$$

であり、 $D$  は更新投資水準 (資本ストックの減耗分) である<sup>1)</sup>。(Kaldor では  $D$  は  $K$  に比例するという通例の想定がなされているが、George では単純化のために定数とされ (p. 52), Varian では数学的展開 (Appendix) の必要上それは独立変数とされている。)

また、 $Y - S(Y)$  は消費関数  $C(Y)$  であり、

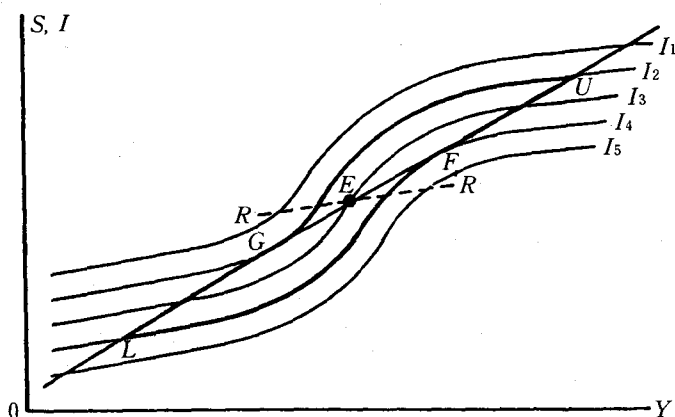
$$(3.3) \quad Y - S(Y) \equiv C(Y) = cY + B$$

とされる (George, p. 52; Varian, p. 22)。したがって貯蓄関数は

$$(3.4) \quad S(Y) = (1 - c)Y - B$$

となる。

さて、このような線形の粗貯蓄関数と S 字型の非線形の粗投資関数によって構成されたのが Kaldor (Appendix) モデルである。両関数の相対関係は図 IV.3.1 のようになると想定されている (ここでは Kaldor (Appendix) の図を借用した)。さまざまな大きさの  $K$  ( $K_1 < K_2 < K_3 <$



図Ⅳ 3.1

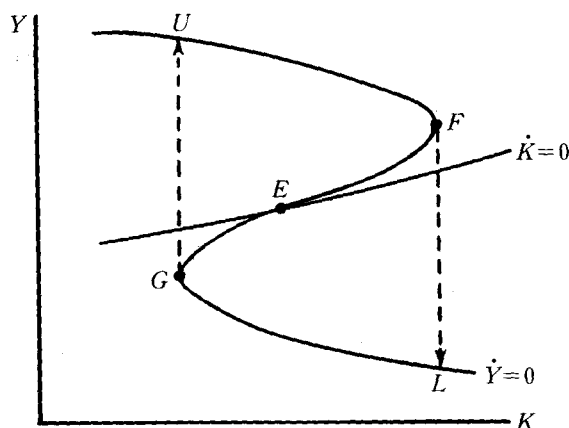
$K_4 < K_5$  に対して 1 本ずつの短期的  $I$  関数 ( $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$ ) が対応し、 $I=S$  となる短期均衡点が存在する。それらのうち  $I=D$  となる点は長期均衡点である。このように  $I=S$  かつ  $I=D$  が成立しうる一意的な定常均衡が存在し、そこでは、 $\dot{K}=0$ 、 $\dot{Y}=0$  となる。Kaldor では  $D$  は  $K$  に比例するとされ、 $I=D$  となる短期的  $I$  関数上の点の軌跡が右上がりの直線  $RR$  として示されている (Varian と George では  $D$  は定数とされているから  $RR$  線は水平になる)。したがって長期均衡点は  $RR$  線と  $S$  関数の交点  $E$  となるが、この近傍では限界投資性向  $>$  限界貯蓄性向であると想定されているから不安定である。そして資本ストック  $K$  の変化は  $Y$  の変化に比して遅いとされるから、極限循環が生起しうることになる。

Varian と George においても Kaldor と同様に、資本ストック  $K$  の変化は  $Y$  の変化に比して遅い、すなわち (3.2) の調整速度よりも (3.1) の方が速いものとされるから、内生的な景気循環が生起しうることが示される (この点については、Chang and Smyth (1971) への Kal-

dor (1971) のコメントを参照)。まず上述の Kaldor モデルについてみれば、例えば資本ストックが小さな  $K_1$  のもとでの短期均衡点は  $S$  関数と  $I_1$  関数の交点で示され、そこでは  $D$  を上回る大きな  $I$  と  $Y$  が決定されている。やがて  $K$  が増加して  $I$  関数は下方にシフトし、短期均衡点は  $S$  関数上を左下方に移動する。資本ストックが  $K_1$  になって  $I_1$  関数が  $S$  関数に接するようになる点  $F$  は、下方に不安定であるから、 $I$  と  $Y$  は下方の均衡点  $L$  において決定される。この  $I$  は  $D$  を下回るから、やがて  $K$  が減少して  $I$  関数は上方にシフトし、短期均衡点は  $S$  関数上を右上方に移動していく。資本ストックが  $K_2$  になり  $I_2$  関数が  $S$  関数に接する点  $G$  は上方に不安定であり、体系は安定な短期均衡点  $U$  に達する。初期状態が長期均衡点  $E$  になれば、どこにあっても最終的には極限軌道  $UFLGU$ ……を循環することになるし、初期状態が長期均衡点  $E$  に存在したとしてもなんらかの衝撃によってそれから離れれば、極限循環を示すことになる。

以上のことを Varian と George は  $\dot{Y} = 0$  と  $\dot{K} = 0$  の軌跡によって示し、カタストロフィー理論的に解明しようとするわけである。 $\dot{Y} = 0$  の軌跡は  $I = S$ 、いいかえれば国民生産物の総需要と総供給が等しくなる、 $Y$  と  $K$  のあらゆる集合を示しており、図 IV3.2 のように示される。次に  $I = D$  となる  $\dot{K} = 0$  の軌跡が考えられるが、これは図示されているように  $\dot{Y} = 0$  線の右上がり部分を通る右上がりの線になる。 $\dot{K} = 0$  線と  $\dot{Y} = 0$  線の交点  $E$  が長期均衡点である。

図 IV3.1 に示した Kaldor モデルでは、長期均衡点  $E$  は不安定領域（限界投資性向 > 限界貯蓄性向）に存在した。このことは、図 IV3.2 については、 $\dot{K} = 0$  線が  $\dot{Y} = 0$  線と点  $F$  と  $G$  の間（不安定領域）で交わることを意味している。このために長期均衡点からひとたび離れると、極限循環を示すことになる<sup>2)</sup>。すなわち、上述の極限循環軌道（図 IV3.1）



図Ⅳ 3.2

は、ここでは  $U$  から  $F$  への緩やかな移動均衡、 $F$  から  $L$  へのカスτροφイー的ジャンプ、 $L$  から  $G$  への緩やかな移動均衡、そして  $G$  から  $U$  へのカスτροφイー的ジャンプ、そしてまた  $U$  から  $F$  への……という軌道によって示される (Cf. George, p. 53; Gabisch and Lorenz, pp. 200-1)。

これらのジャンプはフォールド・カスτροφイーである (Varian, p. 20; また George, p. 53 参照)。資本が過度に蓄積されて資本ストックの臨界値 (図Ⅳ3.1では  $K_4$ ) に達すると、 $I$  と、したがって  $Y$  は  $F$  から  $L$  へカスτροφイー的に減少する。また  $D$  を下回る  $I$  がしばらく行われ、資本が減少して臨界値 ( $K_2$ ) に達すると、 $I$  と  $Y$  は  $G$  から  $U$  へカスτροφイー的に増加する (Rosser, pp. 99-100)。

しかしながら、まったく規則的で周期的なこのような循環モデルは、実証的にも理論的にも問題なしとはいえない (Varian, pp. 20-2)。現実の景気循環にはさまざまな形態がみられる。(しかし Kaldor も、モデルでは一定とされている要因のダイナミックな変化があれば、循環ごと

にその性格が変化しうることを指摘している (p. 91, par. 2))。Varian (pp. 22-4) も George (pp. 53-8) も, Kaldor (本文および Appendix) モデルでは分析しえない循環形態を分析しうるように, 消費・貯蓄関数に富 (wealth)  $W$  を導入して, カスプ・カタストロフィー・モデルによる再構成を試みている。 $Y$  を状態変数,  $K$  と  $W$  をパラメータとしてカスプ・カタストロフィー曲面が構成されるが, 前述のフォールド・カタストロフィー・モデルとしての Kaldor モデルは, 一定の  $W$  における曲面の断面であると考えることができるからである。では, それらのモデルの考察に移ろう。

### (3) カスプ・カタストロフィー・モデル

さて, Varian も George も Kaldor モデルの投資関数は受け入れ, 貯蓄関数  $S(Y, K)$  の  $K$  に替えて富  $W$  を導入し,  $K$  を normal factor,  $W$  を splitting factor,  $Y$  を状態変数とするカスプ・カタストロフィー・モデルとして再構成した。 $W$  は消費者の (George, p. 53) 私的な (Varian, p. 22) 富であり, きわめて包括的に捉えられている。Varian は, 人的資本, 将来の雇用期待, あらゆる形態の資産, そして消費者の意志決定や感覚にまで幅広く影響を与えるあらゆる形のストック変数を,  $W$  に含めている (p. 22)。George は  $W$  の定義は困難であるとしながらも, 3つの主要な要素として, 資本ストック  $K$ , 将来にわたる期待所得の現在価値, そして貨幣形態で所有される富が含まれるとしている (p. 58)。 $K$  は消費者の富の重要な側面であるが,  $K$  が減少していく場合でも  $W$  が増加していくこともありうると思われる。例えば景気回復の局面で  $K$  は減少していくが ( $I/D$  のため), その効果を相殺する以上に期待所得が上昇するならば  $W$  は増加する。

George では,  $W$  が一定のもとでの短期貯蓄関数  $S(Y)$  は, Kaldor (本文) における一定の  $K$  のもとでの短期貯蓄関数と同様の変形  $S$  字

型のものが想定されている (pp. 53-4, & Fig. 9)。しかし Varian では、消費関数は

$$(3.5) \quad C(Y, W) = c(W)Y + B(W);$$

$$dc/dW > 0, \quad dB/dW > 0$$

のように特定化されており、 $W$  の変化につれて勾配を変えながらシフトすると想定されている (p. 22)。ここでは Varian の消費関数を採用することにする。

すると貯蓄関数は

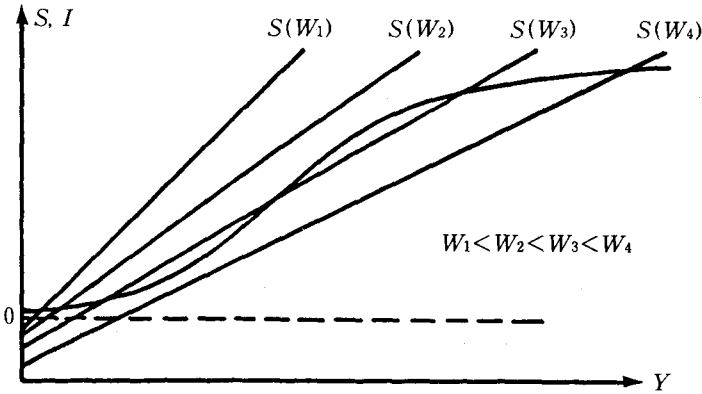
$$(3.6) \quad S(Y, W) = s(W)Y - B(W); \quad s(W) = 1 - c(W),$$

$$ds/dW < 0, \quad dB/dW > 0$$

となる。 $W$  が増加すると消費性向は高まり、貯蓄性向は減退するであろうし、 $W$  が減少すると人々は富の再建を望むため、貯蓄性向は増進するであろう。こうして、所与の  $W$  のもとでの貯蓄関数は通常の右上がりの直線となるが、 $W$  が減少 (増加) するにつれて勾配を高 (低) めつつ上方 (下方) にシフトしていくとされる (Varian, p. 22; Lorenz (Gabisch and Lorenz, p. 197))。そして所与の  $K$  のもとでの短期投資関数と、さまざまな大きさの  $W$  に対応する短期貯蓄関数の相互関係は、図IV3.3 (Gabisch and Lorenz, Fig. 6. 20を多少修正) のようになるとされる。

$W$  がきわめて小であると、 $K$  がどのような大きさであろうと、貯蓄関数は投資関数とその下方部の1点のみで交わる。このようになるための十分条件は、 $I$  関数上のどの点における限界投資性向よりも限界貯蓄性向の方が大であることである (George, p. 54; Varian, p. 23)。(しかし両関数の間のこのような関係はKaleckiの想定したものであり、Kaldorとは異なるものである。) また (VarianやLorenzの説明にはないが次の可能性も考慮すべきであろう)、 $W$  がきわめて大であり、





図Ⅳ 3.3

かつ  $D$  (や必要資本) も大きくて  $I$  関数の下方シフトもそれほど大きくならないならば、 $K$  の大きさに関係なく貯蓄関数は投資関数の上方部の1点のみで交わるであろう。それらの交点では限界貯蓄性向  $>$  限界投資性向であるから、均衡は短期的には安定である。 $K$  の変化によって投資関数がシフトするにつれて、体系は、過小な  $W$  のもとでは低位での移動均衡を、過大な  $W$  のもとでは高位での移動均衡を示すことになる。(後に考察する Varian のモデル分析では、 $W$  が大きくて  $S$  字型投資関数の上方部に安定な長期均衡点が存在する場合が想定されている。)

$W$  が適度な大きさのものであると、Kaldor (Appendix) モデルと同様に  $K$  の大きさによって、貯蓄関数は投資関数と複数の点で交わったり接したりするようになる。このような大きさの  $W$  のもとでは、前述の Kaldor 型の極限循環が生起する。 $W$  が変化すると、極限循環の形態・振幅が変わりうることも容易に考えられよう。こうして、Kaldor モデルは  $W$  が一定の特殊なケースであるとされるのである (George, p. 56)。

以上の諸事態は、 $Y$  を状態変数、 $K$  を normal factor、そして  $W$  を splitting factor とする、カスプ・カタストロフィー・モデルによって包括的に分析される。まず、全体としての体系は、

$$(3.7) \quad \dot{Y} = \alpha [I(Y, K) - S(Y, W)]$$

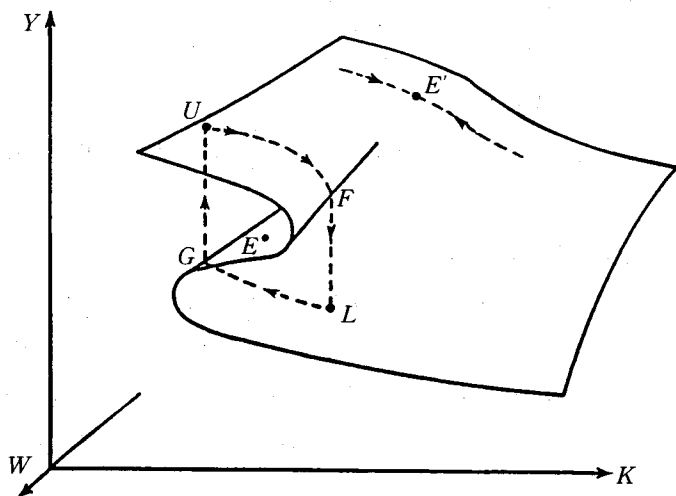
$$(3.8) \quad S(Y, W) = s(W)Y - B(W)$$

$$(3.9) \quad \dot{K} = I(Y, K) - D$$

$$(3.10) \quad \dot{W} = F(Y, W, K)$$

として示される (George, p. 56)。(3.7) は (3.1) の貯蓄関数に  $W$  を導入したものであり、(3.8) と (3.9) はそれぞれ前掲の (3.6) と (3.2) である。 $W$  の動向については、一般的な形の (3.10) によって示されているが、後の分析の際に特定化される。

ここでも、フロー変数  $Y$  の調整は速く、ストック変数  $K$  および  $W$  の調整は遅いとされており、George は (3.7) を「速い (fast)」微分方程式、(3.9) と (3.10) を「遅い (slow)」微分方程式と呼んでいる。



図Ⅳ 3.4

この体系は図IV3.4のようなカusp・カタストロフィー曲面によって示される (Gabisch and Lorenz, Fig. 6.21および George, Fig. 11参照)。  $W$  がカuspの点の値  $W_c$  を越える大きな領域では曲面は三重となり、上層面と下層面はアトラクター、中層面はリペラーである。  $W$  が  $W_c$  より小になると、曲面は一重のアトラクターとなる。

Varian も George も、このカusp・カタストロフィー曲面によって、それぞれの景気循環分析を行っている。まず、George の分析から考察していこう。

(i) ジョージのモデル分析

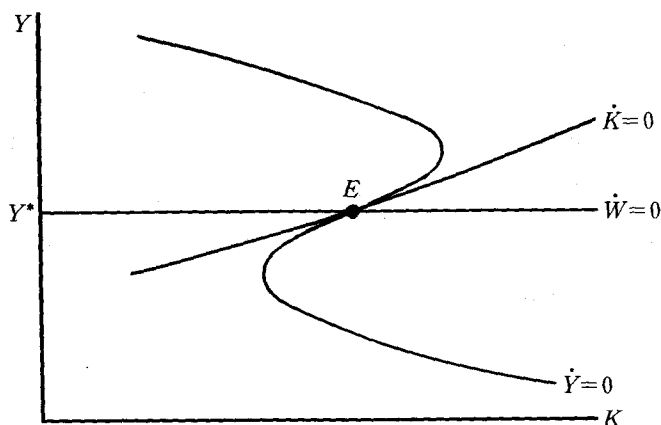
George は Kaldor に従って、任意の  $W$  について一意的で不安定な完全均衡 (長期均衡) が存在するものとしている。そして  $\dot{Y} = \dot{K} = \dot{W} = 0$  が成立する完全均衡点 ( $Y^*$ ,  $K^*$ ,  $W^*$ ) は、カusp・カタストロフィー曲面の不安定な中層面に存在するとしている (p. 56)。

分析を進めるにあたって、まず (3, 10) が

$$(3.11) \quad \dot{W} = m(Y - Y^*)$$

として特定化される。  $m$  は正の定数とされるが、これは消費者の所得期待が経常所得に基づいて形成されると想定されるためである。  $Y < Y^*$  となると消費者の期待所得が低下し、彼らの富  $W$  の長期的な評価は低落して  $\dot{W} < 0$  となり、  $Y > Y^*$  となると逆の事態になるとされる (p. 57)。  $Y = Y^*$  であれば  $\dot{W} = 0$  である。

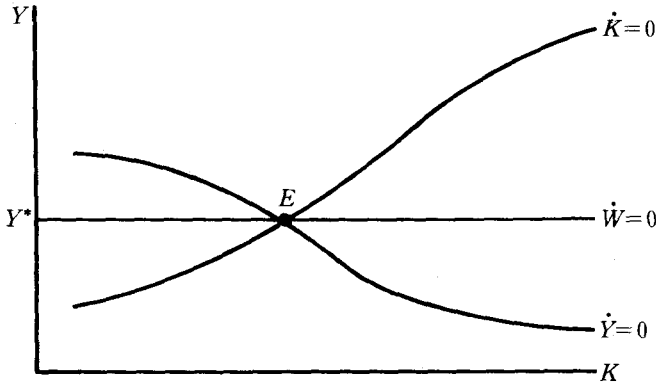
カタストロフィー曲面上の動態分析を考察する前に、  $W$  を所与とする場合の ( $Y$ ,  $K$ ) 平面での動向を考察しておこう (p. 56)。これは Kaldor モデルとの関連で考察した図IV3.2と同様のものになるが、ここでは (3.11) が考慮されるために  $\dot{W} = 0$  線が追加されることになる。さて、  $W$  が一定になるのは (3.9) の  $\dot{K}$  および (3.11) の  $\dot{W}$  がゼロであるからである。図IV3.5における  $\dot{Y} = 0$  線と  $\dot{K} = 0$  線は図IV3.2と同



図IV 3.5

様のものである。 $\dot{W}=0$  線は (3.11) より  $Y=Y^*$  によって示される。これら3本のグラフは1点で交わるが、これが完全均衡（長期均衡）点である。これは不安定であるから、図IV3.2におけると同様の極限循環が生起しうる。いうまでもなく、図IV3.5は図IV3.4のカスプ・カタストロフィー曲面の所定の完全均衡点における横断面である。

このような Kaldor 型の循環が生起しうるのは、 $W$  が図IV3.4におけるカスプの点の  $W_c$  より大である場合である。すでにみたように（図IV3.3参照）， $W$  がきわめて小であると， $K$  の大きさにかかわらず貯蓄関数は投資関数とその下方部の1点で交わり，それらの短期均衡点は安定となる。このようになるのは， $W$  が図IV3.4のカスプの点より小となる場合である。この領域では一重の曲面となり，アトラクターである。このような  $W$  における曲面の横断面は図IV3.6の  $\dot{Y}=0$  線のように，フォールド（折れ曲がり）のない右下がりの滑らかな曲線になる。そして完全均衡点は図IV3.5におけると同様， $\dot{Y}=0$  線と右上がりの  $\dot{K}=0$  線および水平の  $\dot{W}=0$  線が交わる1点である（p. 54. and Fig. 10参照）。

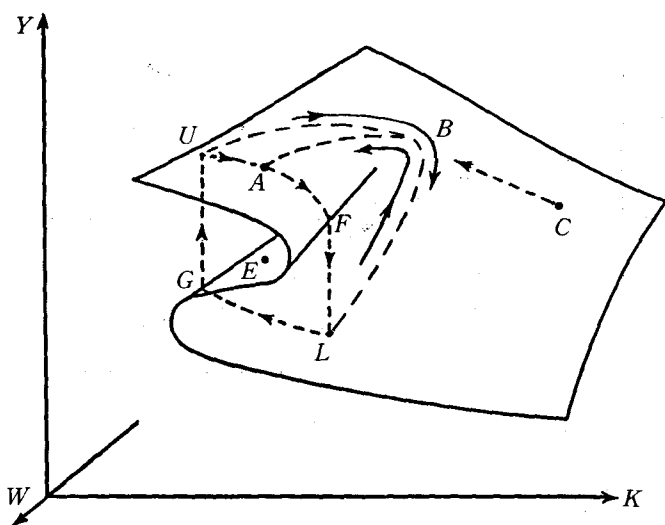


図IV 3.6

これは長期安定点である<sup>3)</sup>。

では、George によるカタストロフィー曲面上の動態分析の考察に進もう (pp. 56-7)。初期状態の  $W$  が  $W_0$  より大で一定であるか、あるいは変化するとしても微少であれば、Kaldor 型の循環が生起する。これは (3.11) の  $m$  がゼロか非常に小なる場合であり、カタストロフィー的なブームとスランプが交互に現れる。George がここで解明しようとするのは、Kaldor モデルでは生起しえない、カタストロフィー的景気崩壊とそれに続く緩やかな景気回復と、カタストロフィー的景気上昇とそれに続く緩やかな景気後退である。前者は  $m(>0)$  がある程度大である場合に、後者は  $m<0$  の場合に起こりうるとされる。

まず、 $m>0$  の場合についてみよう。初期状態が図IV3.7の点  $A$  であるものとする、間もなく  $F$  から  $L$  へと突然に景気は崩壊する。 $Y$  は  $Y^*$  を下回るから  $W$  は減少していく。 $K$  の減少 ( $I<D$  による) が緩やかに進行し、また  $m$  が十分大で  $W$  の減少が急速であれば、経済体系は  $L$  から進んで、やがて緩やかに傾斜する一重の局面上を移動していくことになる。これとともに  $Y$  が上昇して  $Y^*$  を上回るようになれば、



図Ⅳ 3.7

$W$  は増加していき、体系はカスプの点を越えた  $B$  を経て最初の点  $A$  の方に戻っていく。こうして急激な景気崩壊の後の回復は緩慢なものとなるが、 $I > D$  による  $K$  の増加によって再び景気はカタストロフィー的に崩壊することになるとされるのである。

次に  $m < 0$  の場合は、人々は  $Y$  が  $Y^*$  を下回ると楽観的になって  $W$  の評価を高め、 $Y$  が  $Y^*$  を上回ると悲観的になって  $W$  の評価を下げると想定することであるとされる。したがって  $m < 0$  の仮定はあまり良くはないとしながらも、突然の景気上昇とそれに続く緩やかな景気後退を説明しうる利点はあるとされている。初期状態が図の点  $L$  であるものとする、 $I < D$  で  $K$  が減少していき、 $Y$  の増加は緩やかであるから  $W$  の減少も僅かなまま  $G$  に到り、突然  $U$  まで景気は上昇する。 $Y$  が  $Y^*$  を上回るため  $W$  は減少していくとともに、 $I > D$  で  $K$  は増加していくから、やがて体系はカスプの点を越えて  $B$  に到る。しばらく

くして  $Y$  が減少して  $Y^*$  を下回るようになると、 $W$  は増加し始め、体系は最初の点  $L$  の方に戻っていく。そして  $I < D$  による  $K$  の減少が進むと、景気は再び突発的に上昇する。

ここで補足（筆者の）をしておけば、以上の2つの場合の緩やかな移動均衡経路（景気崩壊後の  $L$  から  $B$  を経て  $A$  に到る経路、あるいは景気上昇後の  $U$  から  $B$  を経て  $L$  に到る経路）が、カスプの点を越える以前にカストロフィー的ジャンプ（景気崩壊後の  $L$  から  $B$  に到る以前の突発的景気上昇、あるいは景気上昇後の  $U$  から  $B$  に到る以前の突発的景気崩壊）によって中断されることも起こりうることである。このようなことが起こるのは、 $W$  の変化より  $K$  の変化の方が速い場合である。George も指摘しているように（p. 57, par. 1）、体系の辿る正確な経路は、消費・貯蓄関数と投資関数の形状、 $m$  と  $D$  の大きさに依存する。さらにここで述べたように、それは  $K$  と  $W$  の調整速度にも依存する。

## (ii) ヴァリアンのモデル分析

Varian (1989) は George より少し早く同様のモデルを構成して、George とは異なる景気循環分析を行っている。これについての考察は多くなされているが、重要な点で George とは異なっているので次にそれを考察しよう（なお、George は Varian とは独立にモデル構成を行ったとしている（p. 43, footnote）。それについての考察は多くなされていないようである。）

まず出発点となる微分方程式体系は基本的には同じであるが、George では特定化されている  $\dot{W}$  に関する式が Varian にはなく、George では消費関数は一般的な形で示されているが、Varian では特定化された消費関数が用いられており、前述の George モデルの考察ではそれを採用した。そして  $K$  を normal factor,  $W$  を splitting factor とする点

も同じであるから、ここでも George のモデルと同様のカスプ・カタストロフィー曲面が前掲の図IV3.7のように描ける (Varian, p. 24, Fig. 6 参照)。  $W$  が大で曲面が三重の領域では、上層面と下層面はアトラクター、中層面はリペラーである。

さて、George は可能な限り Kaldor に即してそのモデルをカスプ・カタストロフィー・モデルによって再構成しようとした、と考えられる。彼は Kaldor の  $S(Y, K)$  に替えて  $S(Y, W)$  を用いたが、 $W$  がカスプの点より大であれば、長期均衡点はカタストロフィー曲面の中層面に存在して不安定であり、所与の  $W$  のもとで Kaldor 型の極限循環が生起するとされたのである。

これに対して Varian は、長期均衡点は三重のカスプ・カタストロフィー曲面の最上面に存在し、安定であると想定する (p. 23, par. 3)。もちろん彼は Kaldor モデルを熟知しているし、微分方程式体系による再構成と考察も行っている (pp. 18-20, and Appendix)。それでも彼がカスプ・カタストロフィー・モデルでの長期均衡点の位置をそのように想定するのは、次のような理由によるものである。すなわち、まず Kaldor 型の極限循環は理論的にも実際的にも問題がないわけではないことである (p. 20)。特に彼が重視するのは、実際の循環は外的ショックによって引き起こされることが多く、均衡点に戻るのにも、比較的速い場合 (景気後退 (recession) の特徴) と遅い場合 (不況 (depression) の特徴) がありうることである (p. 22)。Kaldor 型の極限循環は長期均衡点がカスプ・カタストロフィー曲面の中層面に存在すれば生起するが、問題は、回復が速い景気後退と回復が長引く不況との双方を説明しうるモデルを構築することである。この問題を解決するために、Varian はカスプ・カタストロフィー・モデルを構成して、長期均衡点の位置を上記のように想定したのである。(しかしなぜ安定な長期均衡



点が曲面の最上部に存在しうるのかについて、明確な理由は述べられていない。強いていえば、図IV3.3に関連して補足したように、 $W$  がきわめて大きく、かつ  $D$  (や必要資本) も大きいためと解釈すべきであろう。)

では、Varian の分析をみることにしよう (pp. 23-24)。まず、三重のカusp・カストロフィー曲面の最上面の長期均衡点 ( $Y^*$ ,  $K^*$ ,  $W^*$ ) は局所的に安定であり、 $K > K^*$  であれば  $\dot{K} < 0$ ,  $W < W^*$  であれば  $\dot{W} > 0$ , 等々であるとされる。この点が前掲の図IV3.7の  $A$  であるものとする。なんらかの外的ショックによって体系が  $A$  から離れたとしても、 $A$  からの隔たりが僅かであれば間もなく  $A$  に戻ることになる。長期均衡への復帰が速い場合と遅い場合の差異を解明するために、 $W$  に影響を与える外的ショック、例えば株式市場の暴落が起こるものとされる。

この影響が比較的小さくて  $W$  はほとんど変わらず、 $Y$  のみが減少して最下面に達したとするならば、 $I$  が減少して  $D$  を下回るため  $K$  が減少して、体系は間もなくジャンプして最上面に移り、やがて長期均衡点  $A$  に戻るであろう。かりに  $W$  が減少したとしても、カuspの点を越えるほどでないならば、長期均衡への復帰にはそれほど時間を要しないであろう。これは回復の速い景気後退の特徴であるとされる。しかしその影響が甚大で  $W$  がカuspの点を越えて減少し、状態点が図の点  $C$  のようになったとして、 $K$  の減少 ( $I < D$  による) より  $W$  の増加 (貯蓄性向の増進による) の方が遅いならば、長期均衡点への復帰は  $CBA$  のようにカuspの点を迂回する経路を辿るであろう。これは回復の遅い不況の特徴であるとされる。

Varian のモデル分析によって明らかにされたことは、景気後退と不況の重要な差異は、外的ショックが消費・貯蓄に及ぼす影響の大きさに

あることである。ショックによる  $W$  の大きな減少によって消費・貯蓄関数が大きくシフトし、状態点がカusp領域を越えて一重のカastroロフィー曲面に移動するようになると、不況から脱出して長期均衡に戻るのに長い期間がかかることになる。これは、ショックの影響が小さくて状態点が三重のカusp曲面に留まる場合の、景気後退からの速い回復とは本質的に異なるものであり、またこのような把握は現実の動向と矛盾することもなかろうとされている (p. 24, par. 2)。

- 1) Chang and Smyth (1971) は、粗貯蓄関数も  $Y$  と  $K$  に依存すると想定する Kaldor (1940) の本文のモデルを数学的に検討するために、Kaldor のモデルの“the basic spirit”を把握しうるものとして、その動学体系を、
$$dY/dt = \alpha [I(Y, K) - S(Y, K)]$$
$$dK/dt = I(Y, K)$$
として再構成した (Sect. III)。ただし、ここでは  $Y$ 、 $I$  および  $S$  は粗 (gross) でなく純 (net) 概念で定義されている。そして  $\alpha$  は “the speed of adjustment” であり、正の定数とされている。Varian にはこの論文への言及もあるし (p. 20)、この体系を粗概念によって本文の (3.1) と (3.2) のように再構成したものと考えられる。また、George (1981) も Varian とは独立に (p. 14, footnote 参照)、粗概念による同様の体系によって Kaldor モデルを再構成し検討している (pp. 52-53)。
- 2) Chang and Smyth (1971) によって再構成された Kaldor 体系 (前注 1 参照) から導出される  $\dot{Y} = 0$  の軌跡と  $\dot{K} = 0$  の軌跡を示すグラフは、まず Chang and Smyth によって描かれ (p. 41, Fig. 2)、両曲線は 1 点でしか交わらないこと、そしてその不安定な長期均衡点をめぐる極限循環が存在することの厳密な証明がなされた (証明は Poincaré-Bendixon theorem に依拠してなされている: George, p. 53, par. 1 も参照)。Varian (p. 21, Fig. 4) と George (p. 53, Fig. 8) の図 (ともに本稿の図 IV.3.2 と同様) は、粗概念で捉えられている点を除いては Chang and Smyth の図と同様である。Varian (Appendix) も不安定な長期均衡点は 1 点しか存在せず、それをめぐる極限循環が存在することを、Chang and Smyth とはやや異なった仕方でも証明している (また、Varian, p. 20 参照)。
- 3)  $W$  がカuspの点の  $W_c$  より大であるとカastroロフィー曲面は三重となり、所与の  $W$  のもとで Kaldor (Appendix) モデルの極限循環が生起し、 $W$  が  $W_c$  より小さくなると均衡曲面は一重になり、所与の  $W$  のもとで安定な長期均衡点が存在することが示された。 $W_c$  を下回る  $W$  のもとで、 $Y$  と

$K$  の調整速度ないしタイムラグの相対関係によっては、外的ショックによって Kalecki (1937) 型の減衰循環が生起しうることも示しうるであろう。George には Kalecki への言及はないが、 $W$  を splitting factor として導入したこのカストロフィー・モデルは、Kaldor モデルと Kalecki モデルの総合の仕方の 1 つを示唆するものでもであろう。

すでに本文の(1)で指摘したように、1950年代から60年代にかけて、Kaldor (Appendix) モデルに成長諸要因を導入して循環的成長モデルを構築しようとする試みが、Kaldor 自身も含めて多くの研究者によって行われた。筆者も当時そのような研究を手がけていたが、発展する経済の中での企業の投資行動の変化によって、Kaldor 型循環と Kalecki 型循環とが相互に入れ替わりうるであろうとの考えに基づいて、両モデルの結合を試みたことがある。George の論文を読む以前、次に考察する Varian (1979) と、Lorenz (1993), Rosser, Jr. (1991), Tu (1982) による Varian モデルの紹介・論評を読んでいた頃、George から引き出せる手がかりとは異なった仕方による両モデルの総合の考えを得た。すなわち、貯蓄関数は Kaldor (Appendix) と同じく線形の  $S(Y)$  として、所与の  $K$  と変化する  $Y$  のもとでの投資行動を決定づける要因として企業家たちの「血気 (animal spirits)」を投資関数に導入し、これを splitting factor としてカスプ・カストロフィー・モデルを構成することによるものである。これは前述の拙論のモデルのカストロフィー的再構成ともいえる。この試みは別の機会に提示する予定である。

#### 4 スタグフレーションとカストロフィー・モデル

##### (1) 修正フィリップス曲線による分析

自由な資本主義経済では、あるいは管理された資本主義経済でも、円滑で安定的な経済体系の運行はきわめて困難であり、すでにみたように、さまざまな形態の変動や循環が生起する。多くの資本主義国で、1960年代には物価インフレーションと失業のトレード・オフという現象が起こったが、これは Phillips 曲線 (Phillips (1958)) を援用することによって一応説明されたように思われた。すなわち、Samuelson and Solow (1960) に始まる修正 Phillips 曲線による諸研究である。

しかしその後、スタグフレーションが進行し、Phillips 曲線自体が上

方にシフトしていくという事態に直面して、さらに Phillips 曲線を修正して事態を説明しようとする多くの試みがなされるに至った。例えば M. Friedman (1976) は、失業率  $u$  と実際のインフレ率 (物価上昇率)  $\pi$  の関係に、期待インフレ率  $\pi^e$  を加えて

$$(4.1) \quad \pi = f(u, \pi^e); f_u < 0, f_{\pi^e} > 0$$

のような関係を考えた。そして一定の  $\pi^e$  のもとで  $(\pi, u)$  平面に 1 本の右下がりの Phillips 曲線が描けるが、インフレ期待の増進 ( $\pi^e$  の増加) とともにその曲線は上方にシフトしていくとされた。インフレ期待が大きいくほど、失業率と併存しうる現実のインフレ率は大きくなる。

さて、1960年代後半に多くの国で経験された事態は、1本の Phillips 曲線で説明しうるような事態であった。しかし1970年代半ば頃からの事態はスタグフレーションの進行であり、Phillips 曲線自体の上方シフトであった。とすると、この時代にはインフレ期待の増進がみられたはずである。しかしながら、このような事実は認められておらず、したがって Friedman らによるような修正 Phillips 曲線の理論によつては、スタグフレーションを十分に説明しえないとする批判も起こりうる (Fischer and Jammerneegg (1986), p. 9; Lorenz (1993), p. 241参照)。

## (2) カस्प・カタストロフィー・モデルによる理論的研究

従来の修正 Phillips 曲線による分析に代わるものとして、スタグフレーション現象をカस्प・カタストロフィー・モデルによつて分析しようとする試みが、まず Woodcock and Davis (1979) によつて提示された。(以下では、Fischer and Jammerneegg (1986); Lorenz (1993), pp. 241-3; Rosser, Jr. (1991), pp. 103-4を参照した。) ここでも (4.1) と同様に、現実のインフレ率  $\pi$  の説明要因として失業率  $u$  と期待インフレ率  $\pi^e$  が考えられている。

$\pi$  の運動法則 ( $d\pi/dt \equiv \dot{\pi}$ ) は

$$(4.2) \quad \dot{\pi} = g(\pi, u, \pi^e)$$

によって表され、 $\pi$  は  $u$  や  $\pi^e$  よりも急速に均衡値に達するものとされる (Lorenz, p. 241)。そして  $u$  と  $\pi^e$  はパラメータないし制御変数とされ、

$$(4.3) \quad g(\pi, u, \pi^e) = 0$$

によって示される均衡曲面は、カスプ・カタストロフィー曲面として図 IV4.1 のように描かれるものと想定されている (Fischer and Jammerneegg, Fig. 1 (taken from Woodcock and Davis) を多少修正)。

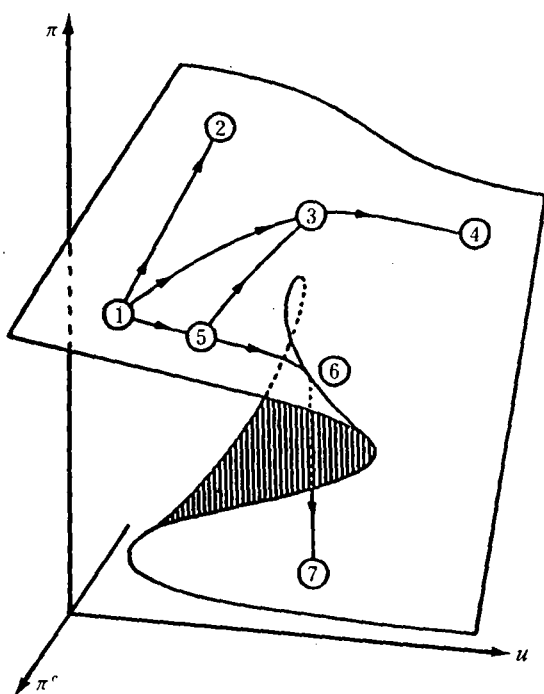
さて、(4.3) から

$$(4.3a) \quad \pi = f(u, \pi^e)$$

を導出すれば、これは (3.1) の修正 Phillips 曲線と同形式である。所与の期待インフレ率  $\pi^e$  に対して  $(\pi, u)$  平面に 1 本の Phillips 曲線が描かれるが、これはその値の  $\pi^e$  におけるカスプ・カタストロフィー曲面の横断面である。 $\pi^e$  が小であると、曲線  $\pi$  は通例の Phillips 曲線と同じく右下がりの曲線になる。しかし  $\pi^e$  が大になると、曲線  $\pi$  はフォールド (折れ曲がり) をもつ曲線になる。この仮説によれば、分岐集合と失業率  $u$  および期待インフレ率  $\pi^e$  の間には正の関係があり、 $\pi^e$  の上昇につれて、カスプ・カタストロフィー曲面の上層面と下層面のギャップは増大する。

では、Woodcock and Davis のモデル分析を考察することにしよう (pp. 117-8; ここでは Fischer and Jammerneegg, pp. 9-10 による引用と Lorenz (1993), pp. 241-2 を参考にした)。

彼らによれば、インフレーションへの影響という点で最悪の事態は、低い失業率のもとで高いインフレ率が期待される場合であり、図の①で示されているような事態である。経済が状態①から曲面上の他のどの点に移動するかは、制御変数 (パラメータ)  $u$  および  $\pi^e$  の動向に依存す



図Ⅳ 4.1

る。ここでは、 $u$  は政府の財政政策によって、 $\pi^e$  は政府と貨幣当局の政策によって操作しようと想定される (Lorenz, p. 241)。

期待インフレ率を①から②に低下させることができれば、事態はいくぶん改善される。しかしインフレーションをより大きく抑えるためには雇用を犠牲にして、同時に財政支出を削減して、①-③-④のように経済を誘導することも必要であろう。

もしも  $\pi^e$  は変わらずに財政支出だけが大幅に削減されると、⑤-⑥から⑦へと、カタストロフィー的にインフレ率は低下する。しかしこのようなインフレ率の急激な低下が現実には観察されることはないから、この事態は非現実的であるとして排除される (Lorenz, p. 242)。初めは

$\pi^e$ は変化しないとしても、財政支出の削減による  $u$  の上昇につれて、 $\pi^e$ が遅れて低下し始めるならば、事態は①-⑤-③-④のように進展するであろう。

このように⑤を経て③-④と進む経路、あるいは  $\pi^e$ が遅れなしに低下していく①-③-④の経路は、カスプの点を迂回して一重の曲面上を移動して低いインフレ率  $\pi$  を達成する、長い期間を要する道程である。そしてこれが正にスタグフレーション現象の特徴とされるのである (Lorenz, p. 242, par. 3)。

以上のような Woodcock and Davis のモデル分析は、理論的にみて必ずしも完全に説得力があるとはいえず、例えば Lorenz による次のような批判もある (p. 242, par. 4)。すなわち、期待インフレ率の変化は成りゆきに決定的な影響力をもつが、期待インフレ率の決定についてはなんら説明されていない。また、政府支出の削減によって事態は緩やかに進展し、適度な期間内に良い結果がみられないために、政府は対インフレ政策を放棄してしまうかもしれない、と懸念される。

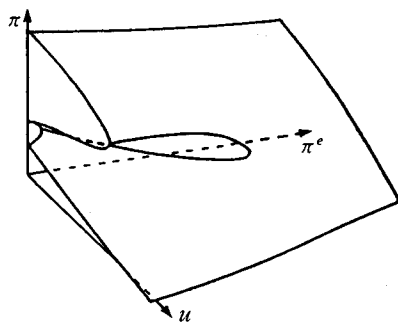
しかしまた、そのようなカタストロフィー・モデルによる実証研究も行われるに至り、従来の一連の修正 Phillips 曲線によるよりも事実をよりよく分析しうることが示された。そのような研究は Fischer and Jammerneegg (1986) によって始めて行われた (p. 9参照)。次にそれを考察しよう。

### (3) カスプ・カタストロフィー・モデルによる実証的研究

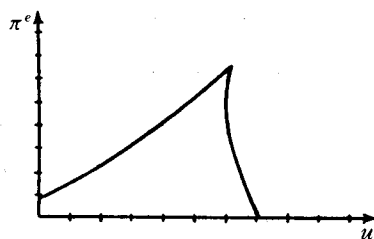
Fischer and Jammerneegg によれば、それまで研究がなされなかったのは、実証研究をなしうるようなモデルの数学的特定化ができなかったことと、適切なパラメータ推計技術がなかったことによる (p. 9. & p. 12)。彼らは通例のカタストロフィー理論的アプローチを多くの点で修正しているが、最も顕著なのは決定論的 (deterministic) 体系ではな

く、確率論的 (stochastic) 微分方程式体系によってカスプ・カタストロフィー・モデルを構築していることである。このために、カタストロフィー的ジャンプは、通例の決定論的モデルでは制御変数が分岐集合を横断し終わる 1 点においてのみ起こるのに対して、確率論的モデルでは分岐集合のあらゆる点で起こりうることになる (p. 12r, par. 2)。

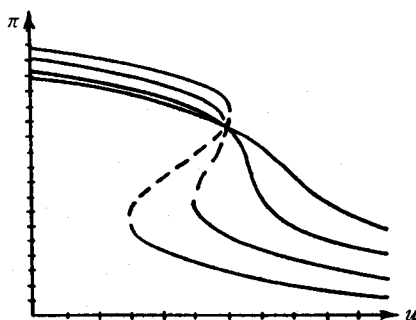
そして1957-84年のアメリカのデータによって推計されたカスプ・カタストロフィー曲面と分岐集合は、それぞれ図IV4.2と図IV4.3のように示された (Fig. 2と Fig. 3の必要部分を借用した)。図IV4.1との比較から分かるように、ここでの  $\pi^e$  軸の方向は Woodcock and Davis のグラ



図IV 4.2



図IV 4.3



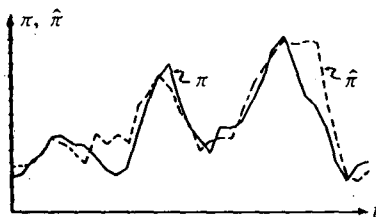
図IV 4.4



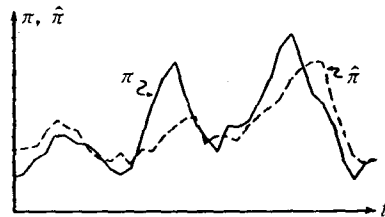
フと逆になり、分岐集合もほとんど逆になっている。ここでは期待インフレ率  $\pi^e$  が大であると、曲線  $\pi = f(u, \pi^e)$  は通例の Phillips 曲線と同じく右下がりの曲線になる。しかし  $\pi^e$  がカスプの点を越えて低下すると、曲線  $\pi$  はフォールド（折れ曲がり）をもつ曲線になり、 $\pi^e$  が小になるほど曲線の上部と下部のギャップは大きくなる。さまざまな値の  $\pi^e$  に対する曲線（推計されたカスプ・カタストロフィー曲面の横断面）が、図IV.4 (Fig. 5 (a)) として示されている。

Phillips 曲線をめぐって展開された論争は、この図によって新たな形で決着がつけられるように思われる (p. 14r, par. 5参照)。まず、曲線の右下方についてみると、通例の形状の Phillips 曲線が認められるが、従来の説明と同様に  $\pi^e$  が上昇すると曲線は上方にシフトすることが分かる。カタストロフィー・モデルの Phillips 曲線はさらに上方にも存在しており、高いインフレ率  $\pi$  と失業率が共存するスタグフレーションの事態が示されている。この部分の Phillips 曲線は  $\pi^e$  の上昇につれて下方にシフトする。そしてまた、曲線の右上がり部分（点線部分）は、正の勾配をもつ Phillips 曲線の論議（例えば Friedman (1976), pp. 232 ff. 参照）に寄与しうるのであろうとされている。

さらに、このカスプ・カタストロフィー・モデルによる実証分析は、従来の線形方程式 ( $\pi_t = a + b\pi_t^e + cu_{t-1}$ ) による分析よりも事実をより



図IV 4. 5a



図IV 4. 5b

よく説明しうることも示されている (p. 16)。Fischer and Jammer-negg の図 (Fig. 6 & Fig. 7) を再掲した図IV4.5a と図IV4.6b には、それぞれインフレ率の実際値 (実線の  $\pi$ ) と推計値 (破線の  $\hat{\pi}$ ) の動向が図示されている。図IV4.5a の推計値はこのカストロフィー・モデルによるもの、図IV4.5b のそれは従来の方法によるものである。明らかにこのモデルによる方が実際のデータによりよくフィットしており、特にインフレ率のピークについては良好である。

## V おわりに

「カオス」の語がついた日本語の書物を書店で見かけるようになったのは、1980年代の半ば頃からであろうか。それも数学や自然科学関係の箇所であったように思われる。経済学関係の棚にも見られるようになったのは、90年代になってからである。外国語の経済学関係の書物も同様であるが、その数はずっと多く、現在も新しい書物が次々に出版されつつある。論文についても同様である。このような状況の中で、筆者の関心をカオス理論に向けて勉強するように刺激を与えられたのは、別の機会にも述べたが、大和瀬達二教授 (早稲田大学政治経済学部) の主催する「非線形問題研究会」の1993年春の研究発表会への招待と、その少し前に読んだ Baumol and Benhabib (1989) であった。

それからかなりたってカオス理論とその経済分析への応用についての研究に着手したが、その途上で、特に Rosser, Jr. (1991) と Lorenz (1993, Chap. 7) によって刺激され、引き続いてカストロフィー理論とその経済学への適用問題の研究も行ってみたいと考えるに至った。カオス関連の拙ない論文 (1995a) の草稿を一応まとめてから、参考文献の探索を始めたが、書店には、経済学関係の棚どころか数学や自然科学の棚にも参考図書はまったく見あたらない。

筆者の記憶をたどると、「カタストロフィー」の語がついた書物の場合は「カオス」と異なり、それらの多くの書物が書店で見られたのは、1970年代から1980年代にかけてであり、その後、突如としてカタストロフィー的に姿を消してしまった。多くの重要な書物もほとんど絶版になってしまい入手困難である（もちろん、図書館で閲覧可能ではあるが）。宇敷重広・佐和隆光（『思想』1975年7月号：トム・ジーマン・宇敷・佐和（1977）『形態と構造：カタストロフィーの理論』みすず書房，第二章として載録，p. 37）によれば，R. Thomのカタストロフィー理論が多くの諸学者の関心をひきはじめ，ジャーナリズムによって熱狂的に喧伝されたにもかかわらず，わずか2年余にして（1975年当時），その理論の応用の成果は当初の期待をはるかに下まわっているというのが，実状であり……筆者ら（宇敷・佐和）のサーヴェイによると，カタストロフィー理論の応用を意図した日本人の論文は……経済学では1篇あるにすぎない，と。その後いくつかの論文は書かれたかもしれないが，そう多くはないであろう。

このような事情も知らずに研究を始めた筆者を導いてくれたのは，前記のRosser, Jr. (1991)とLorenz (1993, Chap. 7)，以前から所蔵していた大和瀬達二教授の著書（1987），そして大学図書館から借用した，野口広教授（早稲田大学理工学部）の多くの著書や邦訳書（前稿（1995 b）の参考文献参照）であった。これらの論著の導きにより，さらにその他の文献の研究を経て，カタストロフィー理論とその経済分析への適用について，前稿と本稿によって一応まとめることができた。これもひとえに両教授のおかげと感謝申し上げる次第である。また，両教授ともに長年にわたり御勤務された早稲田大学を，この3月をもって御定年退職される。ここに，両教授に感謝の念を込めてこれらの論文を捧げたいと思います。

さて、カタストロフィー理論の応用の一般的評価とわが国の経済学における応用については、前述の宇敷・佐和（1975）のような記述もあるが、欧米では Zeeman, E. C. (1974) 以来、経済学の分野でも多くの応用研究が行われてきた（文献については、例えば Lorenz (1993), pp. 238-9参照）。しかしそれでも、カタストロフィー理論は「理論」という名には値しない、とまで極論されている（Lorenz, p. 238）。すなわち、カタストロフィー理論はダイナミカル・システムの不連続的な構造を定性的に説明することはできるとしても、そのシステムに生じしうることを定量的に予測しえないからであるとされている。たしかにこのような見解は多くみられる（Rosser, Jr., p. 2）。

しかしながら、この理論は実り多い潜在力を有しており、堅実な実証研究と相まって実際の現象を説明しうるような、記述モデルや仮説を提供してくれるであろうとする論者もいる（Varian (1979), p. 15）。すでに考察した Fischer and Jammerneegg のカスプ・カタストロフィー・モデルによる Phillips 曲線の実証的研究は、その好例であろう。また、カタストロフィー理論の定性的側面に関しても、その有用性を強調する論者もいる（Fischer and Jammerneegg, p. 16）。従来の経済学のモデルでは、多様な形態、突然の不連続的ジャンプや履歴現象は通例取り上げられずにきた。それらは経済学的に重要でないからではなく、数学的に扱うのが不便であるという理由によるものであった。カタストロフィー理論こそ、それらを扱うのに有用な分析用具を与えてくれるのである、と。すでに考察した Varian と George による Kaldor の景気循環モデルのカタストロフィー・モデルによる再構成の試みはその好例であろうし、筆者が別の機会に試みようとして計画している Kalecki-Kaldor 総合モデルの構築もそうであるといえよう。

長いこと絶版になっていたトム・ジーマン・宇敷・佐和（1977）も、昨年の10月に新装版が出たことでもあるし、この辺でわが国のカストロフィー研究がカストロフィー的に復活することにでもなれば良いが、と考える次第である。

# 参考文献

- Chang, W. W. and Smyth, D. J. (1971) : "The Existence and Persistence of Cycles in a Nonlinear Model: Kaldor's 1940 Model Re-Examined," *Review of Economic Studies*.
- Fischer, E. O. and Jammerneegg, W. (1986) : "Empirical Investigation of a Catastrophe Extension of the Phillips-curve," *Review of Economics and Statistics*.
- Friedman, M. (1976) : *Price Theory*, Aldine.
- Gabisch, G. and Lorenz. H. -W. (1987) : *Business Cycle Theory : A Survey of Methods and Concepts* (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 283), Springer-Verlag. (2nd ed., 1989.)
- George, D. (1981) : "Equilibrium and Catastrophes in Economics," *Scottish Journal of Political Economy*.
- Kaldor, N. (1940) : "A Model of the Trade Cycle," *Economic Journal*.
- (1954) : "The Relation of Economic Growth and Cyclical Fluctuations," *Economic Journal*.
- (1971) : "A Comment," *Review of Economic Studies*.
- Kalecki, M. (1937) : "A Theory of the Business Cycle," *Review of Economic Studies*, February (reprinted in Kalecki, M. (1939), Ch. 6).
- (1939) : *Essays in the Theory of Economic Fluctuations* (reissued, 1972, by Russel & Russel).
- Lorenz. H. -W. (1987) : "Catastrophe Theory and Business Cycle Theory," as Section 6. 2 of Gabisch, G. and Lorenz. H. -W. (1987).
- (1993, 1989) : *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, (1993 : 2nd Revised and Enlarged Edition) Springer-Verlag.
- Phillips, A. W. (1958) : "The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957," *Economica*.
- Rosser, J. B., Jr. (1991) : *From Catastrophe to Chaos : A General Theory of Economic Discontinuities*, Kluwer Academic Publishers.
- Samuelson, P. A. and Solow, R. S. (1960) : "Analytical Aspects of Anti-

inflation Policy," *American Economic Review*.

Tu, P. N. V. (1994) : *Dynamical Systems : An Introduction with Applications in Economics and Biology* (2nd Revised and Enlarged Edition, 1st edition: 1992), Springer-Verlag.

Varian, H. R. (1979) : "Catastrophe Theory and the Business Cycle," *Economic Inquiry*.

Woodcock, A. E. R. and Davis, M. (1979) : *Catastrophe Theory*, Penguin.

Zeeman, E. C. (1974) : "On the Unstable Behavior of the Stock Exchanges," *Journal of Mathematical Economics*, 1, pp. 39-44.

大和瀬達二 (1987) : 『経済学におけるダイナミカルシステムの理論』 税務経理協会。

R. トム・E. C. ジーマン・宇敷重広・佐和隆光 (1977) 『形態と構造：カタストロフの理論』 みすず書房 (新装版: 1995)。

小野俊夫 (1995a) : 「カオス動学と経済動態分析」 早稲田社会科学研究, 第50号。

——— (1995b) : 「経済システムの移動均衡とカタストロフィー——I カタストロフィー理論序説——」 早稲田社会科学研究, 第51号。